

Logo na proporção áurea

Como a logo é construída com ϕ , da caixa aos bicos das pernas, em dez folhas.

- 02 A razão áurea
- 03 O retângulo áureo
- 04 Módulo e caixa
- 05 Contorno
- 06 Traço
- 07 Pernas e vão central
- 08 Bicos das pernas
- 09 Passo a passo
- 10 Medidas

$$\phi = (1 + \sqrt{5}) \div 2 \approx 1,6180339887$$



02 A razão áurea

Um segmento está na razão áurea quando o todo está para a parte maior assim como a parte maior está para a menor.

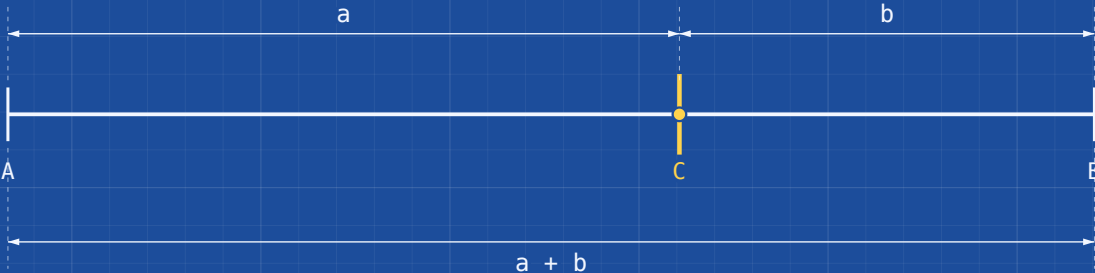
$$(a + b) \div a = a \div b = \varphi$$
$$\varphi = (1 + \sqrt{5}) \div 2 \approx 1,6180$$

Duas identidades fazem o desenho fechar sem sobras:

- $\varphi^2 = \varphi + 1$
- $1/\varphi = \varphi - 1$

Com elas, cada potência de φ é a soma das duas seguintes: $1/\varphi = 1/\varphi^2 + 1/\varphi^3$. Na logo, é isso que faz a perna e o meio vão somarem exatamente a distância até o eixo (folha 07).

Na sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...), a razão entre vizinhos se aproxima de φ . Esses pares servem para desenhar à mão em papel quadriculado (folha 10).



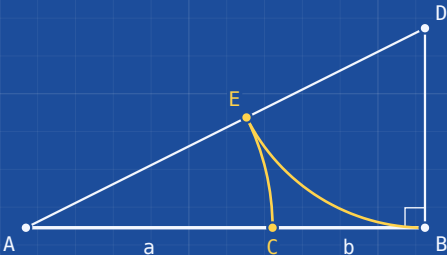
POTÊNCIAS DE φ USADAS NA LOGO

φ^4	φ^2	φ	1	$1/\varphi$	$1/\varphi^2$	$1/\varphi^3$	$1/\varphi^4$
6,854	2,618	1,618	1,000	0,618	0,382	0,236	0,146

FIBONACCI: VIZINHOS SE APROXIMAM DE φ

8/5	13/8	21/13	34/21	φ
1,600	1,625	1,615	1,619	1,618

CORTE ÁUREO COM COMPASSO



Em B, levante $BD = AB/2$. Centro em D, raio DB: marque E em AD. Centro em A, raio AE: marque C em AB. Então $AC : CB = \varphi$.

03 O retângulo áureo

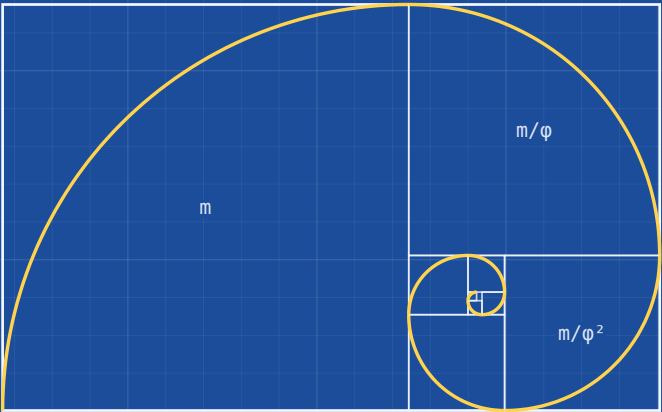
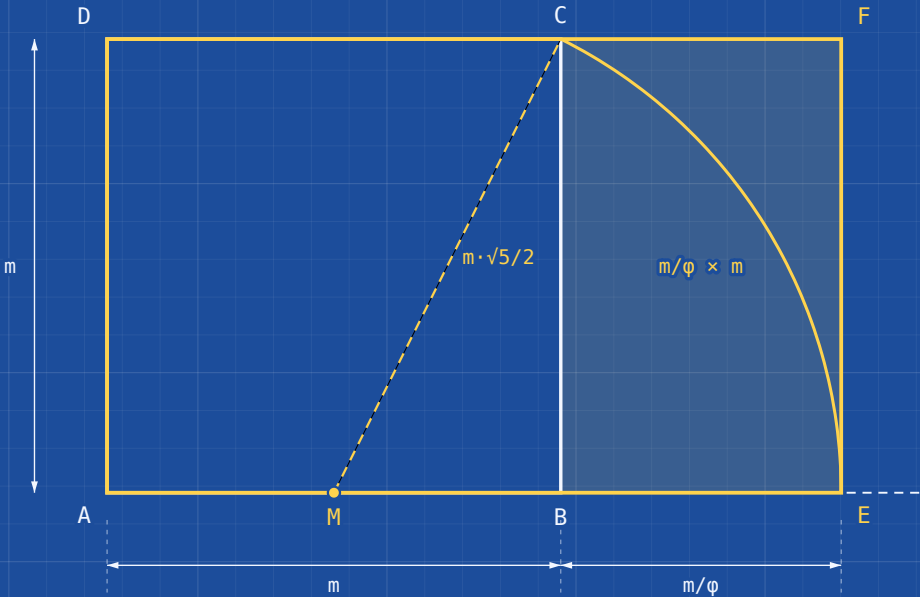
Construção clássica, só com régua e compasso:

- 1 Desenhe um quadrado ABCD de lado m.
- 2 Marque o ponto médio M da base AB.
- 3 Com a ponta seca em M e abertura até C, trace um arco até cruzar o prolongamento da base, no ponto E.
- 4 Levante a perpendicular em E até F. O retângulo AEFD mede $m \cdot \varphi \times m$: é áureo.

$$MC = m \cdot \sqrt{5}/2$$
$$AE = m/2 + m \cdot \sqrt{5}/2 = m \cdot \varphi$$

Tirando o quadrado, sobra outro retângulo áureo (BEFC, $m/\varphi \times m$). Repetindo o corte sem parar, os quadrados desenharam a espiral áurea.

Na logo, cada quarto da caixa é exatamente esse retângulo: $m \cdot \varphi \times m$.



Cada quadrado tirado deixa um retângulo áureo menor. Os lados encolhem pela razão φ : $m, m/\varphi, m/\varphi^2, \dots$

04 Módulo e caixa

Tudo sai de um único módulo, **m**, igual a um quarto da altura.

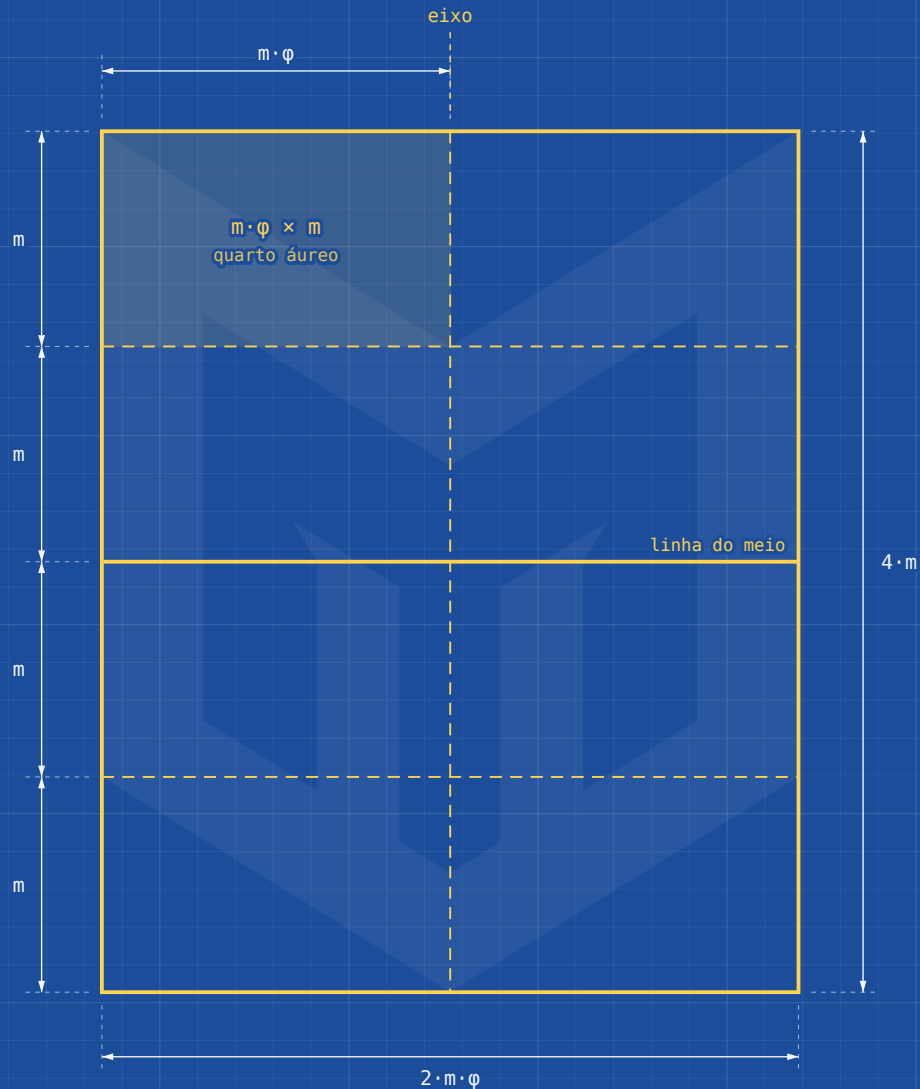
A caixa tem largura $2 \cdot m \cdot \varphi$ e altura $4 \cdot m$. São dois retângulos áureos empilhados, e cada um se divide em quatro quartos também áureos ($m \cdot \varphi \times m$).

largura : meia altura
= $2 \cdot m \cdot \varphi : 2 \cdot m = \varphi$

Linhas de referência para o resto do desenho:

- o eixo, no centro;
- a linha do meio, na altura $2m$, que separa os dois retângulos;
- as linhas de m e $3m$.

Com $m = 50$, a caixa mede $161,803 \times 200$. É o viewBox do SVG.



05 Contorno

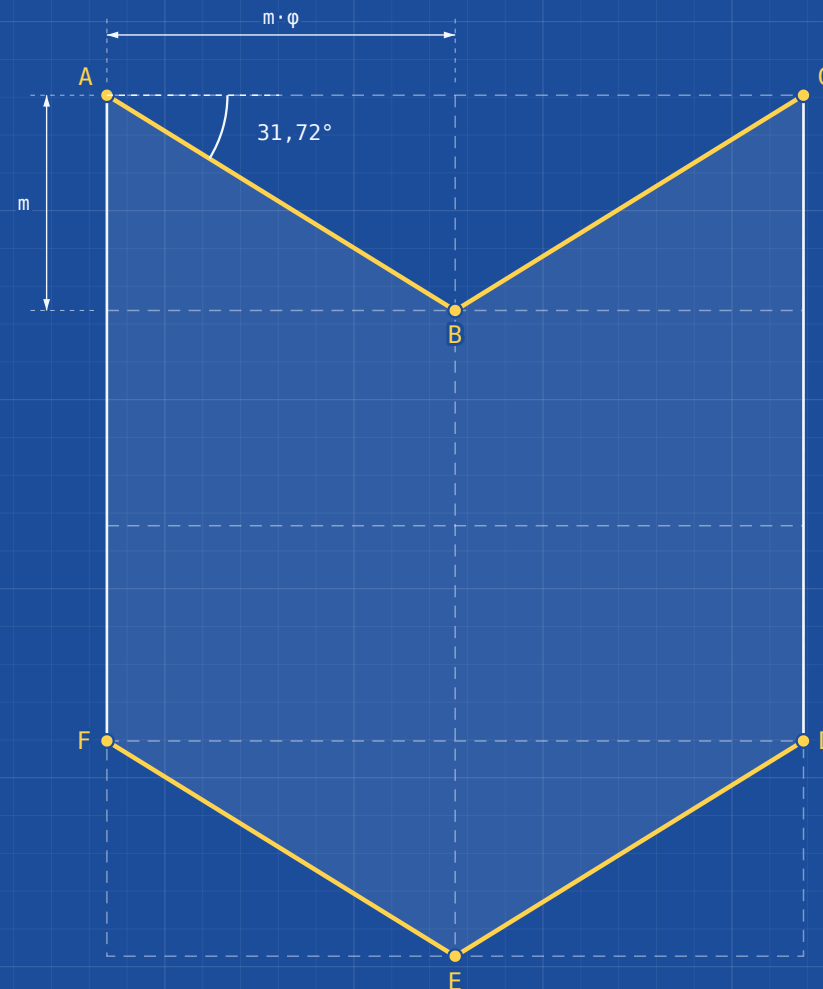
O contorno liga seis pontos da grade de quartos:

- **A** e **C**: cantos de cima;
- **B**: fundo do V, no eixo, na altura m ;
- **D** e **F**: fim das laterais retas, na altura $3m$;
- **E**: ponta, no eixo, na altura $4m$.

Cada diagonal é a diagonal de um quarto áureo: desce m a cada $m \cdot \varphi$. A inclinação é $1/\varphi$, e o ângulo com a horizontal, $31,72^\circ$.

$$\tan 31,72^\circ = 1/\varphi \approx 0,618$$

Repare que o V de cima e a ponta de baixo têm a mesma profundidade, m , e o mesmo ângulo.



06 Traço

A moldura tem espessura constante:

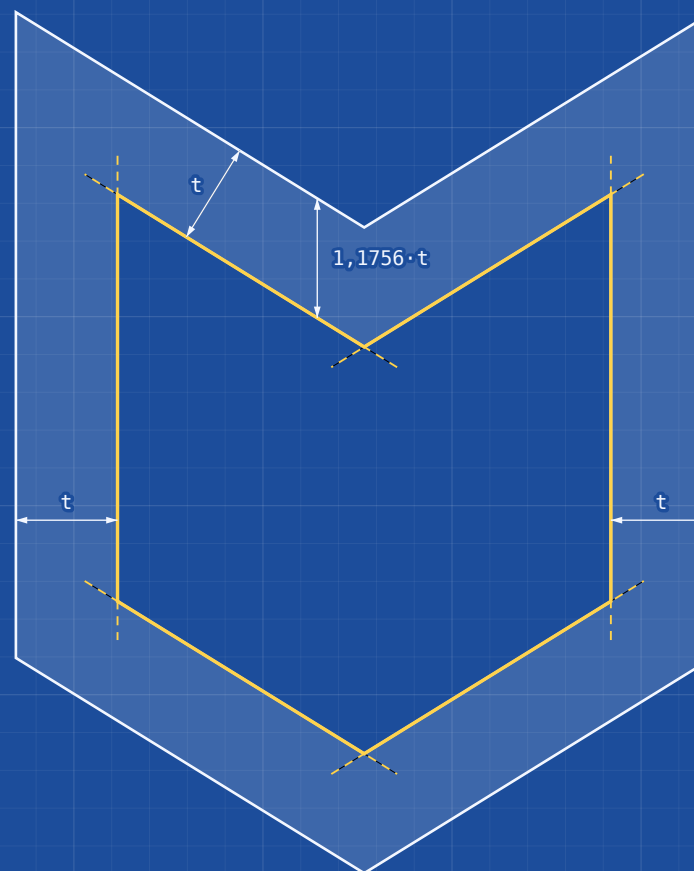
$$t = \text{largura} \div \varphi^4 = 2 \cdot m / \varphi^3$$

$\approx 14,6\%$ da largura

Para desenhar, trace paralelas a todas as arestas do contorno, a uma distância t para dentro. Os cruzamentos dessas paralelas são os cantos do contorno interno.

Nas laterais, t é medido direto. Nas faixas diagonais, a mesma espessura medida na vertical vale $t \cdot \sqrt{1 + 1/\varphi^2} \approx 1,1756 \cdot t$, porque a faixa é inclinada.

Com $m = 50$: $t = 23,607$ · na vertical das diagonais = 27,751



07 Pernas e vão central

As pernas saem de dois cortes áureos encadeados na meia largura ($m \cdot \varphi$, da lateral ao eixo). O corte com compasso está na folha 02.

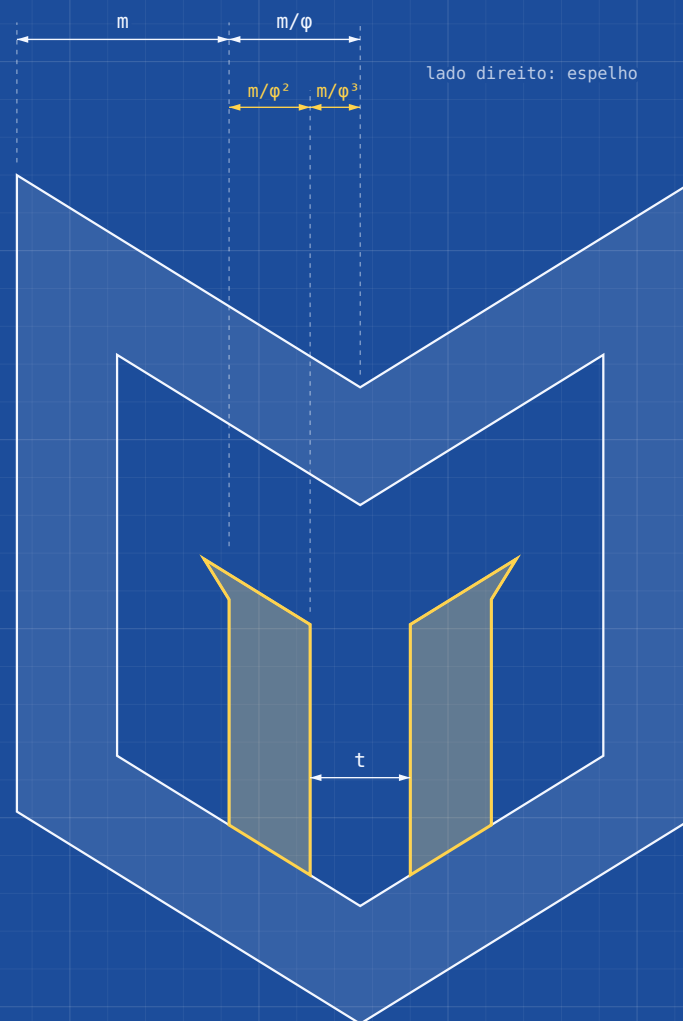
- 1 Primeiro corte, a m da lateral: sobra m/φ até o eixo, e $m : m/\varphi = \varphi$. Essa linha é a borda externa da perna.
- 2 Segundo corte, dentro de m/φ : perna (m/φ^2) e meio vão (m/φ^3), com perna : meio vão = φ .

$$m/\varphi = m/\varphi^2 + m/\varphi^3$$

$$\text{vão central} = 2 \cdot m/\varphi^3 = t$$

O vão central inteiro tem a mesma medida do traço. As pernas descem até a faixa de baixo e se fundem com ela.

Com $m = 50$: perna 19,098 · meio vão 11,803 · vão central 23,607 · vão lateral 26,393

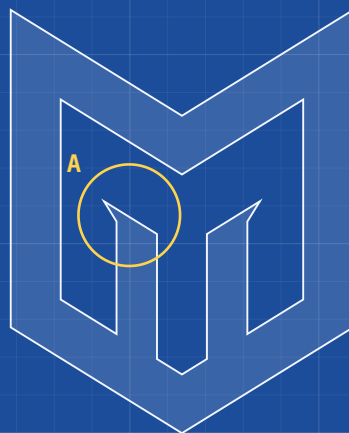


08 Bicos das pernas

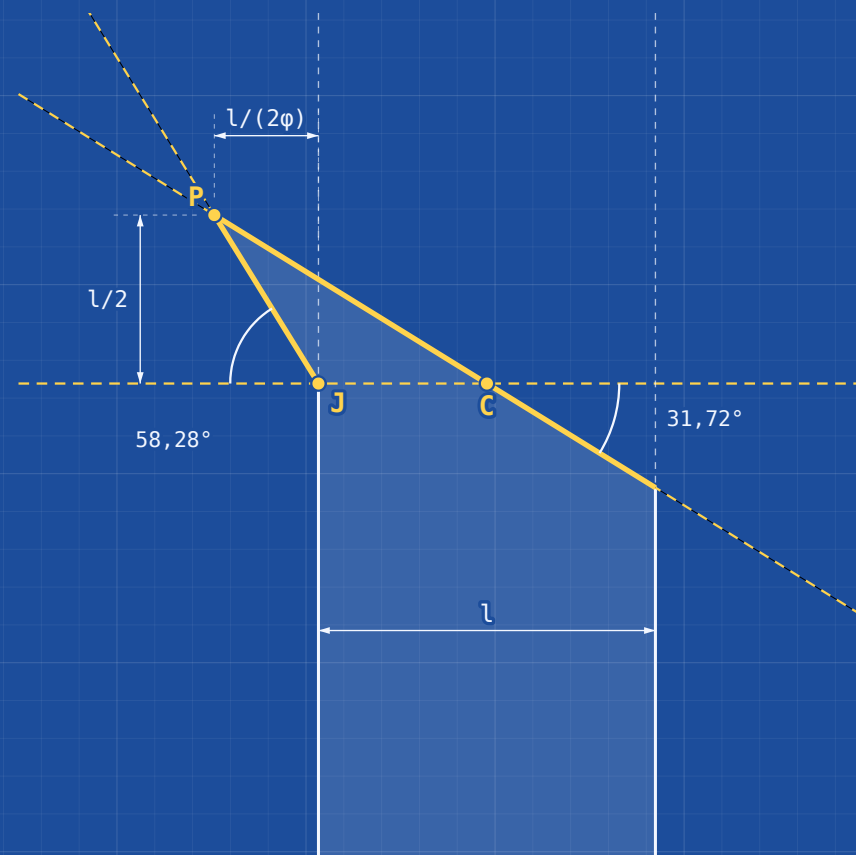
Os bicos nascem na linha do meio, a divisa entre os dois retângulos áureos.

- 1 **J**: borda externa da perna na linha do meio.
- 2 Topo da perna: diagonal a $31,72^\circ$ (inclinação $1/\varphi$) que passa por **C**, o centro da perna na linha do meio.
- 3 Borda de baixo do bico: sai de J a $58,28^\circ$ (inclinação φ), perpendicular às diagonais do lado oposto.
- 4 **P**, a ponta, fica no cruzamento das duas: $l/(2\varphi)$ para fora e $l/2$ para cima de J, sendo l a largura da perna.

Com $m = 50$: $l = 19,098$ · P fica 5,902 para fora e 9,549 para cima de J



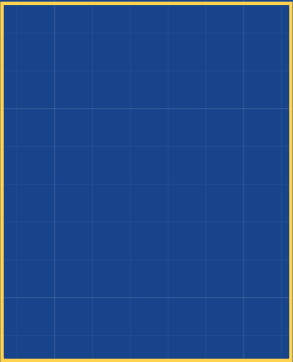
Detalhe A: topo da perna esquerda.
A direita é o espelho.



09 Passo a passo

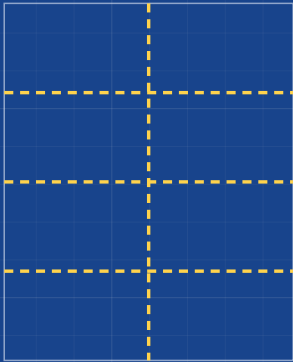
Em amarelo, o que entra em cada passo. Tudo o que é desenhado sai das linhas dos passos anteriores.

1



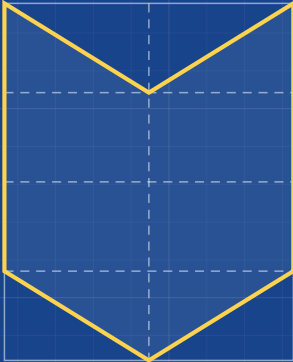
Caixa de 2·m·φ × 4·m

2



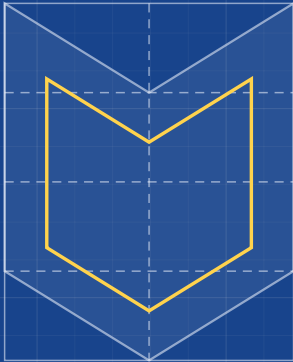
Eixo, linha do meio e linhas de m e 3m: oito quartos áureos

3



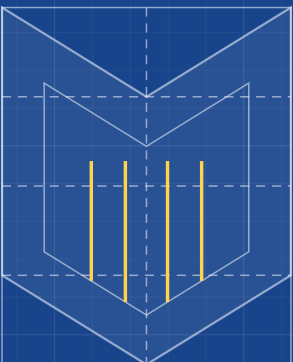
Contorno pelas diagonais dos quartos (31,72°)

4



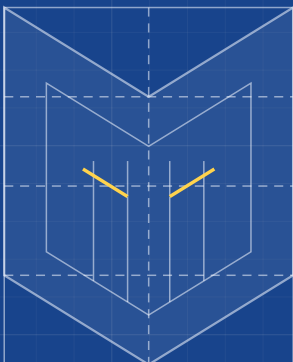
Paralelas a t para dentro: a moldura

5



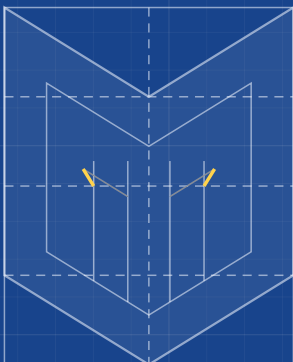
Cortes áureos da meia largura: bordas das pernas

6



Topo das pernas a 31,72°, pelo centro de cada perna

7



Bicos a 58,28°, a partir da junção

8



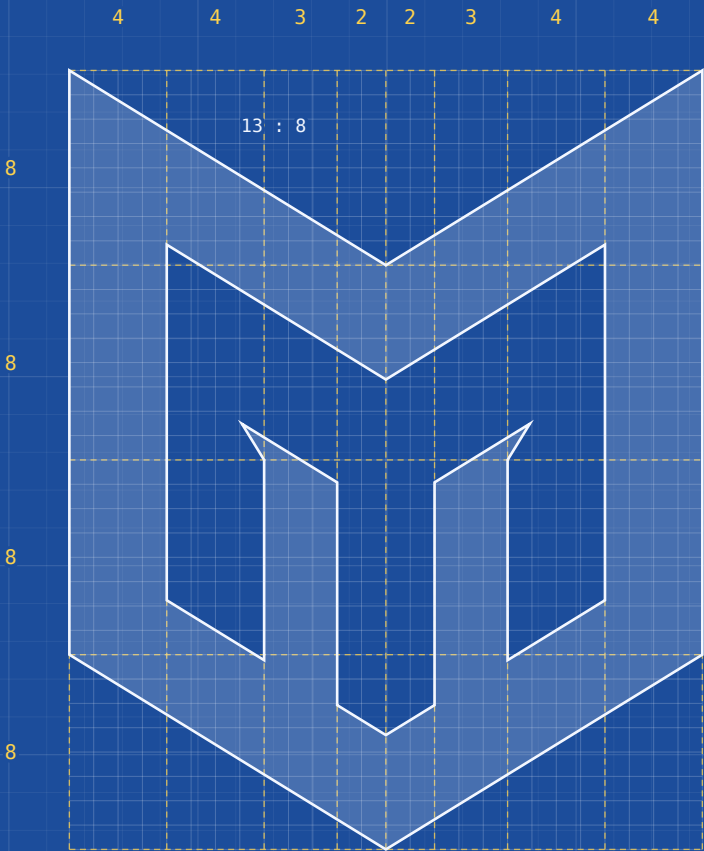
Preencha e apague a construção

10 Medidas

Coordenadas com m = 50 (caixa 161,803 × 200, origem no canto de cima à esquerda, y para baixo):

Ponto (lado esquerdo)	x	y
A · canto de cima	0,000	0,000
B · fundo do V	80,902	50,000
F · fim da lateral	0,000	150,000
E · ponta	80,902	200,000
Canto interno do V	23,607	42,341
Fundo interno do V	80,902	77,751
Fundo do vão lateral	23,607	136,838
Perna · externa, embaixo	50,000	153,150
J · junção do bico	50,000	100,000
P · ponta do bico	44,098	90,451
Perna · interna, em cima	69,098	105,902
Perna · interna, embaixo	69,098	164,954
Fundo do vão central	80,902	172,249

Lado direito: espelhe no eixo com $x' = 161,803 - x$.



À mão, em papel quadriculado: use 8 quadradinhos por módulo. A caixa fica com 26 × 32; traço 4, vão lateral 4, perna 3 e vão central 4. As diagonais avançam 13 para cada 8 ($13/8 = 1,625 \approx \phi$). O resultado fica a menos de 6% da versão exata.